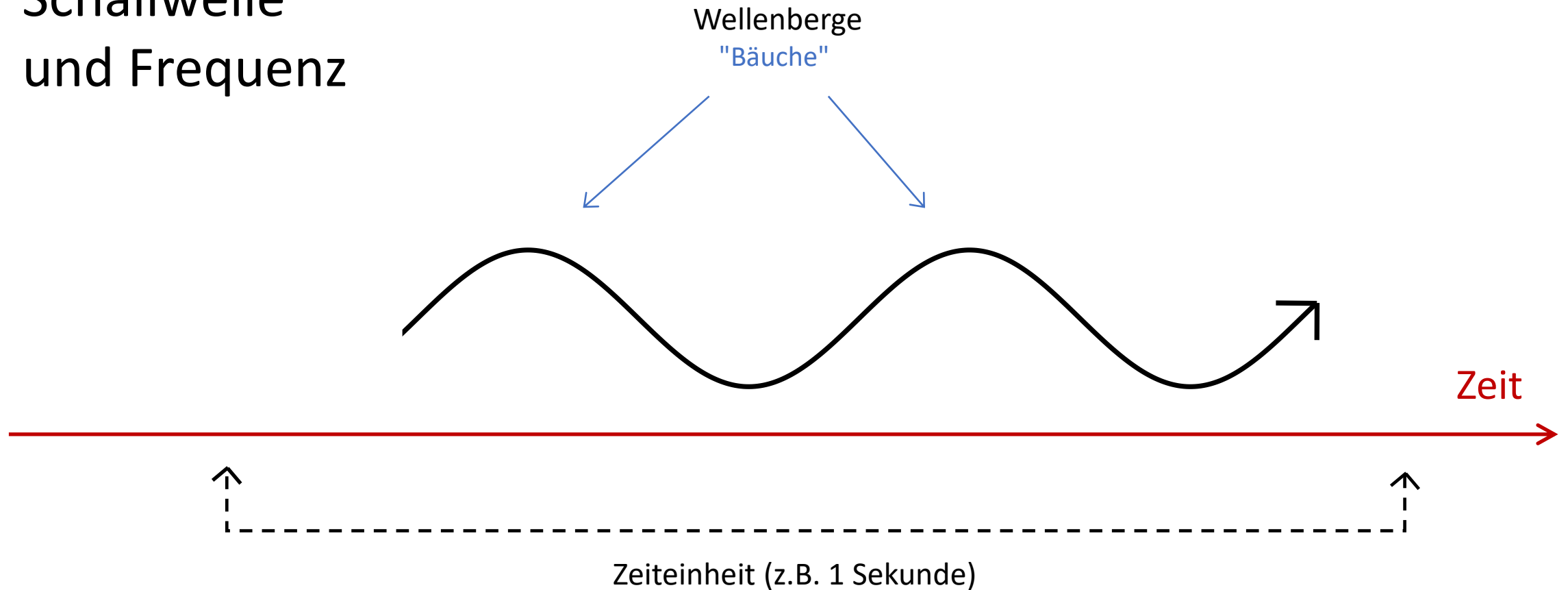


# Die natürlichen Wurzeln der Tonleitern

Hans Rudolf Straub

# Schallwelle und Frequenz



**Frequenz** = Anzahl Wellenberge pro **Zeit**-Einheit

Bei den Tonleitern kommt es nur auf die Frequenz an

# Intervall

Intervall      Abstand zwischen zwei Tönen (Schallwellen)

f1              Frequenz des höheren Tons

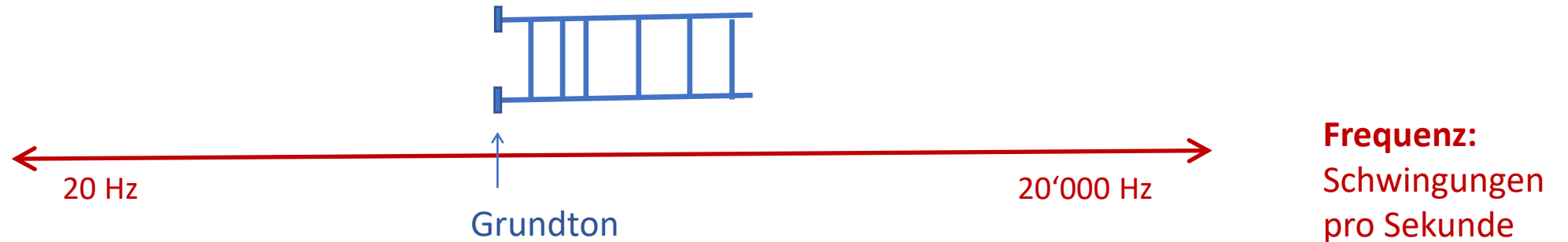
f2              Frequenz des tieferen Tons

Intervall      =  $f1 / f2$

Das Intervall ist mathematisch ein **Bruch**

→  $f1 / f2 = \text{Zeit} / \text{Zeit}$

# Tonleiter



## Welche Töne wählt die Leiter aus?

1. Wo beginnt die Leiter --> **Grundton**
2. Was für Abstände haben die **Sprossen** --> Charakter (Dur etc.)

# Resonanz

**Resonanz:** Zwei schwingende Systeme koppeln sich.  
(z.B. zwei Saiten)

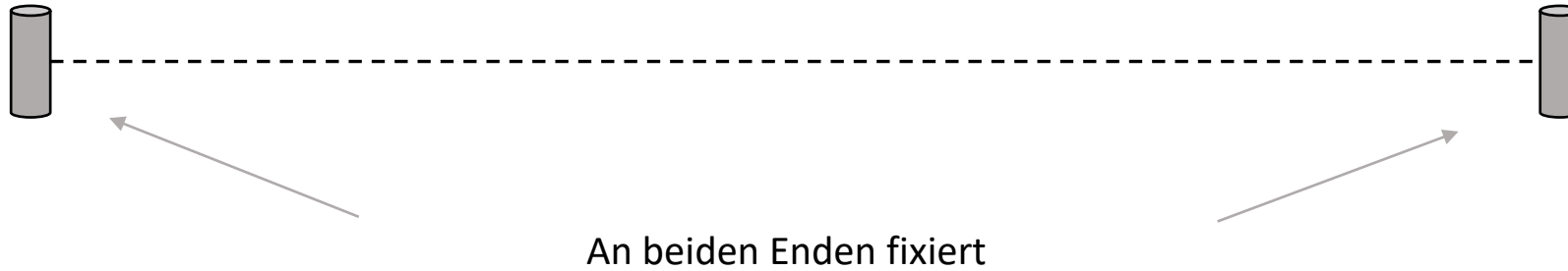
Sie koppeln ihre **Frequenz**.

**Wie entsteht Resonanz?**

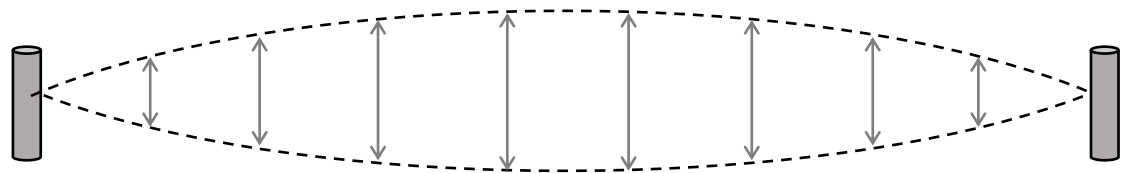
- ← Eigenfrequenz
- ← Synchronisation

# Eigenfrequenz: Wie entsteht ein Ton?

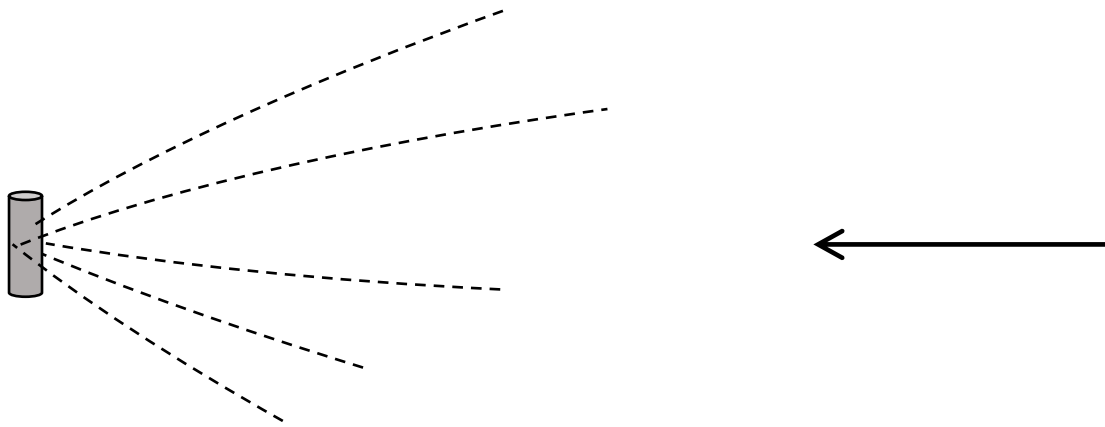
Saite



# Stehende Welle: Fixierung an beiden Enden

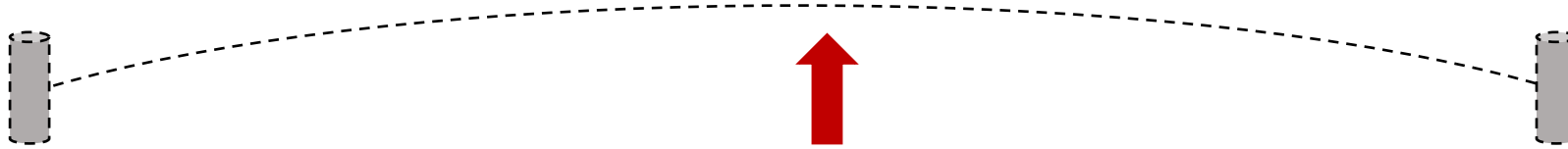


Die stehende Welle hat eine Grundschiwingung mit genau **einem** "Bauch"

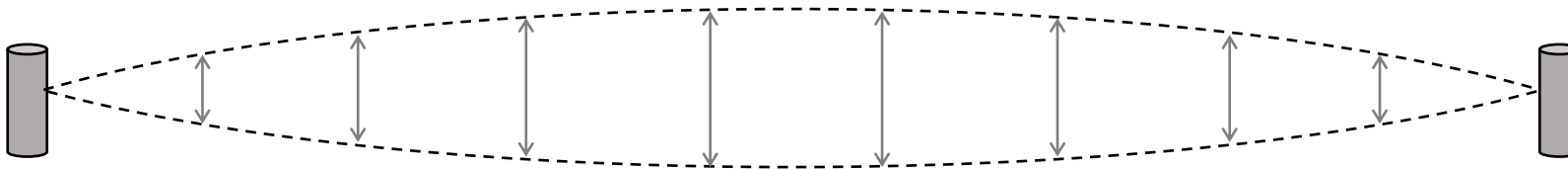


Ohne Endfixierung an zwei Enden keine stehende Welle

Eine Saite wird angezupft

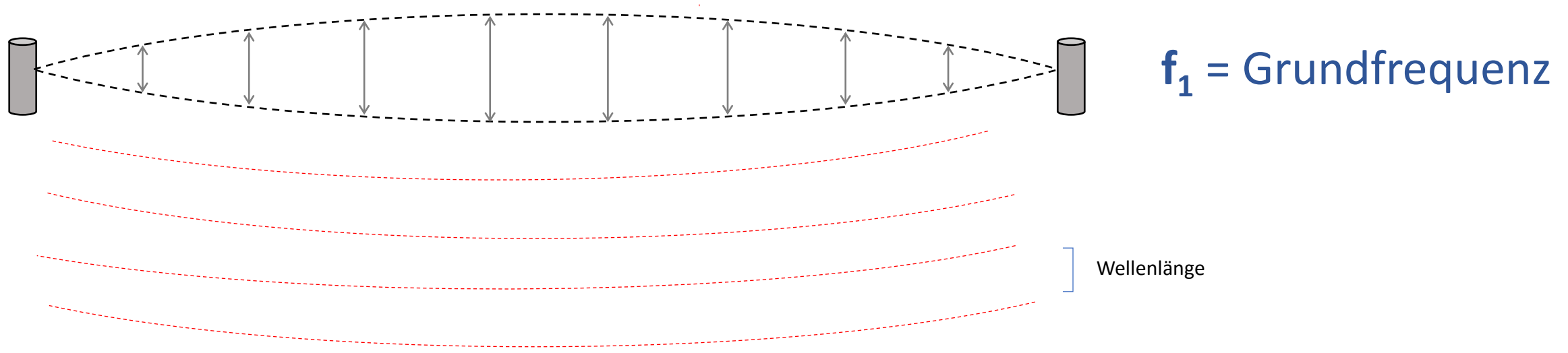


... und schwingt hin und her (= stehende Welle) →  $f_1$  = Grundfrequenz



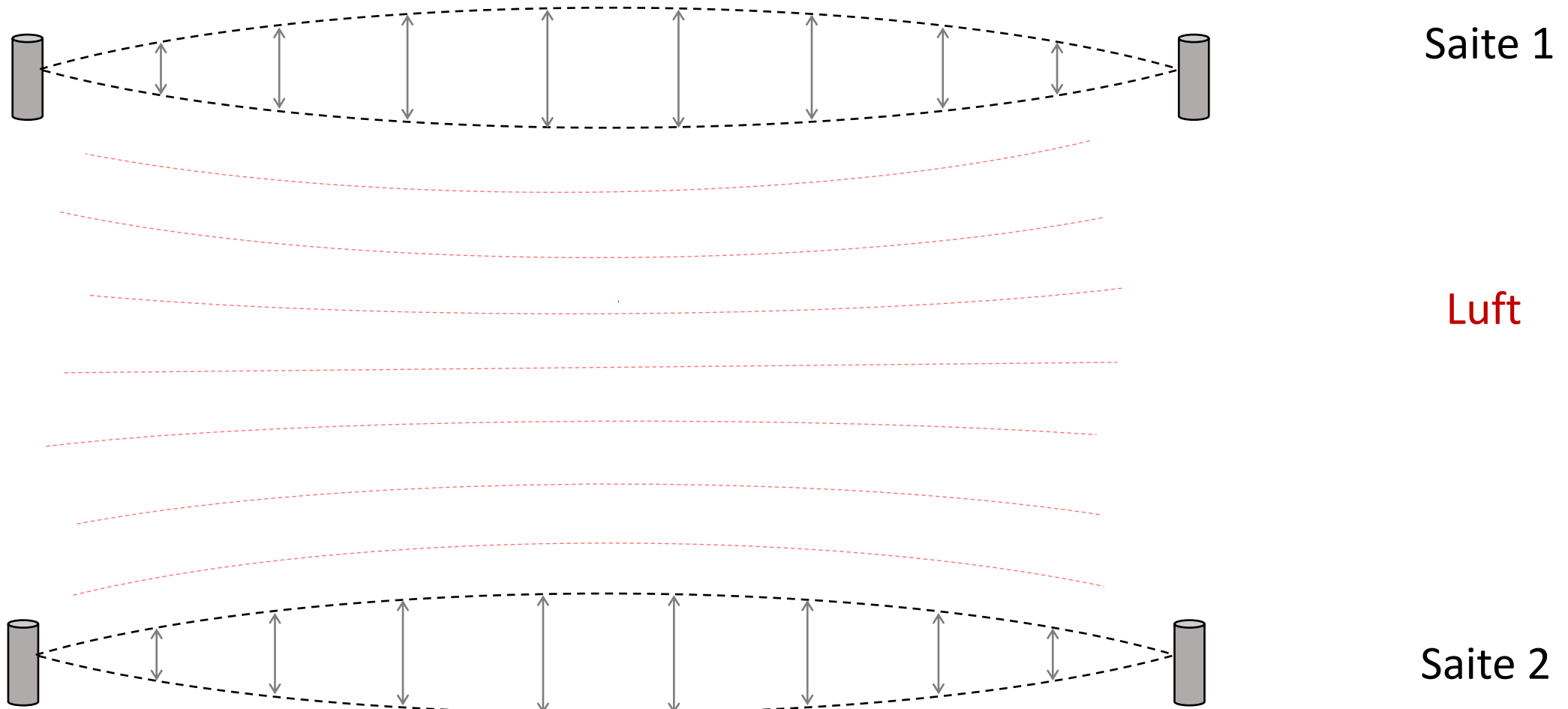


# Das Hin- und Herschwingen der Saite produziert Schallwellen

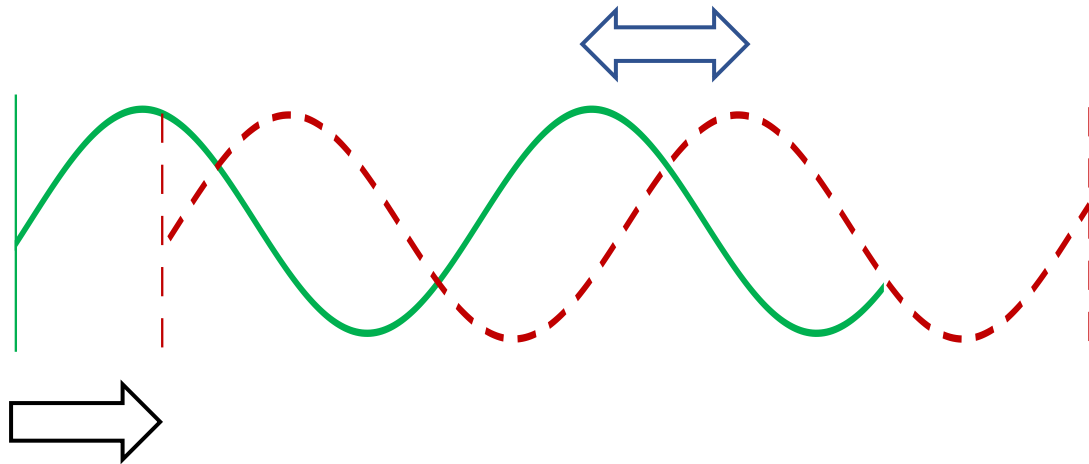


Die entstehende **Schallwelle** übernimmt die **Frequenz  $f_1$**  der Saite

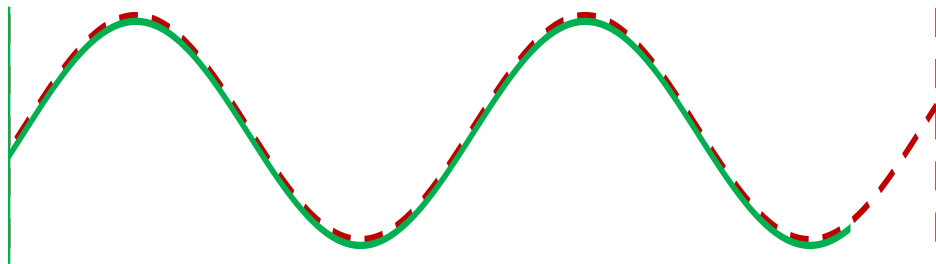
Die Schallwellen regen eine zweite Saite zum Mitschwingen in der gleichen Frequenz an:



# Synchronisation von zwei Wellen



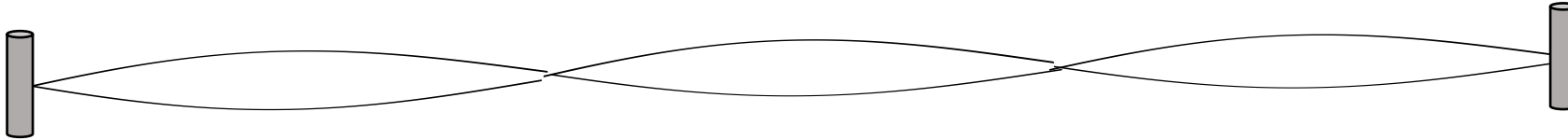
Verschobene Phasen



synchronisierte Phasen

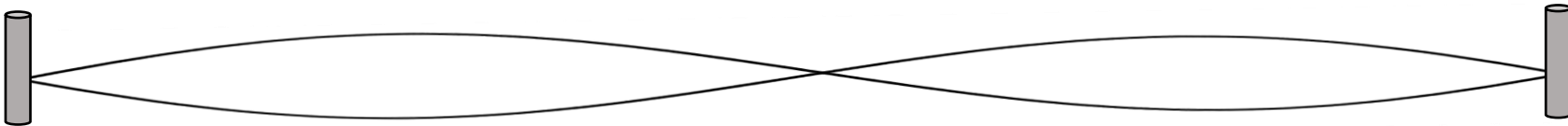
# Obertöne

3 Bäuche = 2. Oberton



Frequenz =  $3 \cdot f(g)$

2 Bäuche = 1. Oberton



Frequenz =  $2 \cdot f(g)$

1 Bauch = Grundton

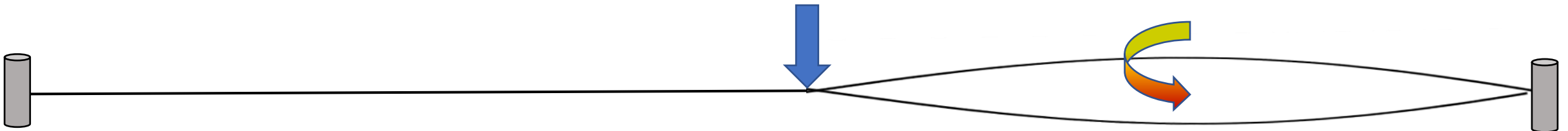


Frequenz =  $f(g)$

# Flageolett auf der Gitarrensaite

Finger leicht  
auf Saite legen ...

.... dann die  
Saite anzupfen



# Flageolett auf der Gitarrensaite



Dann Finger weg → die ganze  
Saite schwingt im Oberton



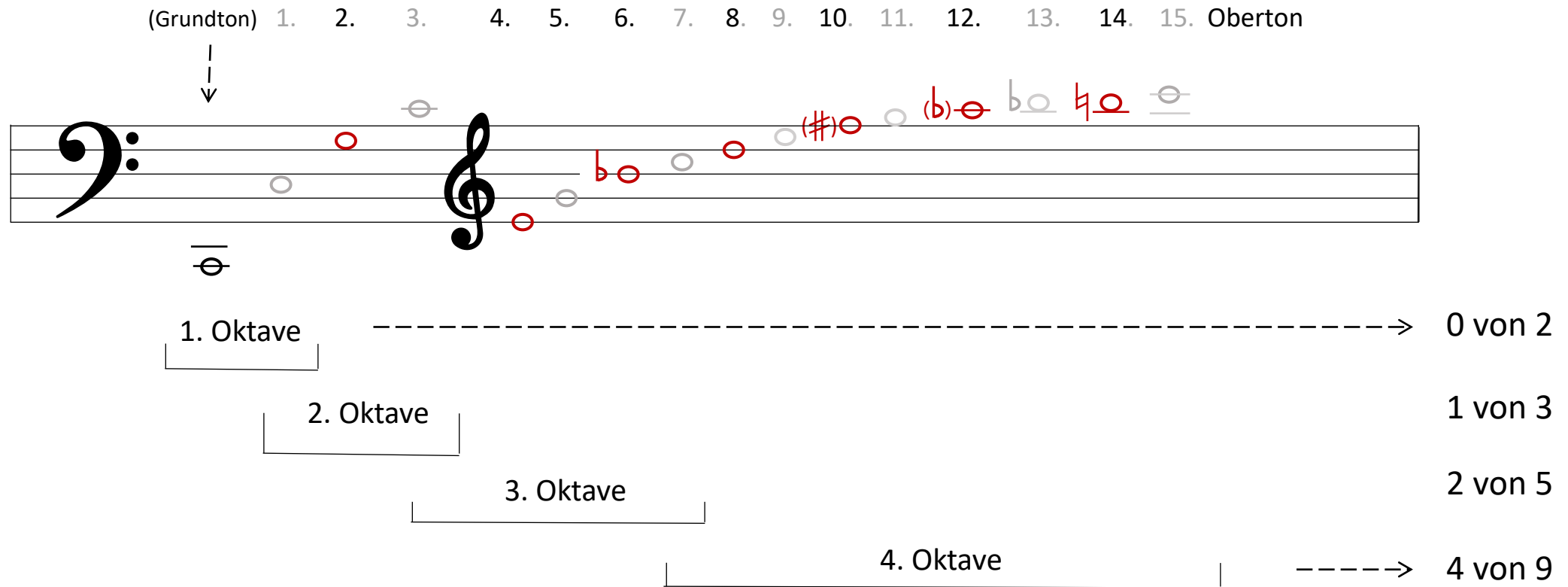
# Frequenz der Obertöne

Die Frequenz der Obertöne ist ein **ganzzahliges** Vielfaches der Grundtonfrequenz

$$f_{(O)} = n \cdot f_{(G)}$$

- $f_{(O)}$  = Frequenz des Obertons
- $n$  = Ganze Zahl grösser 1
- $f_{(G)}$  = Frequenz des Grundtons

# Die Obertonreihe

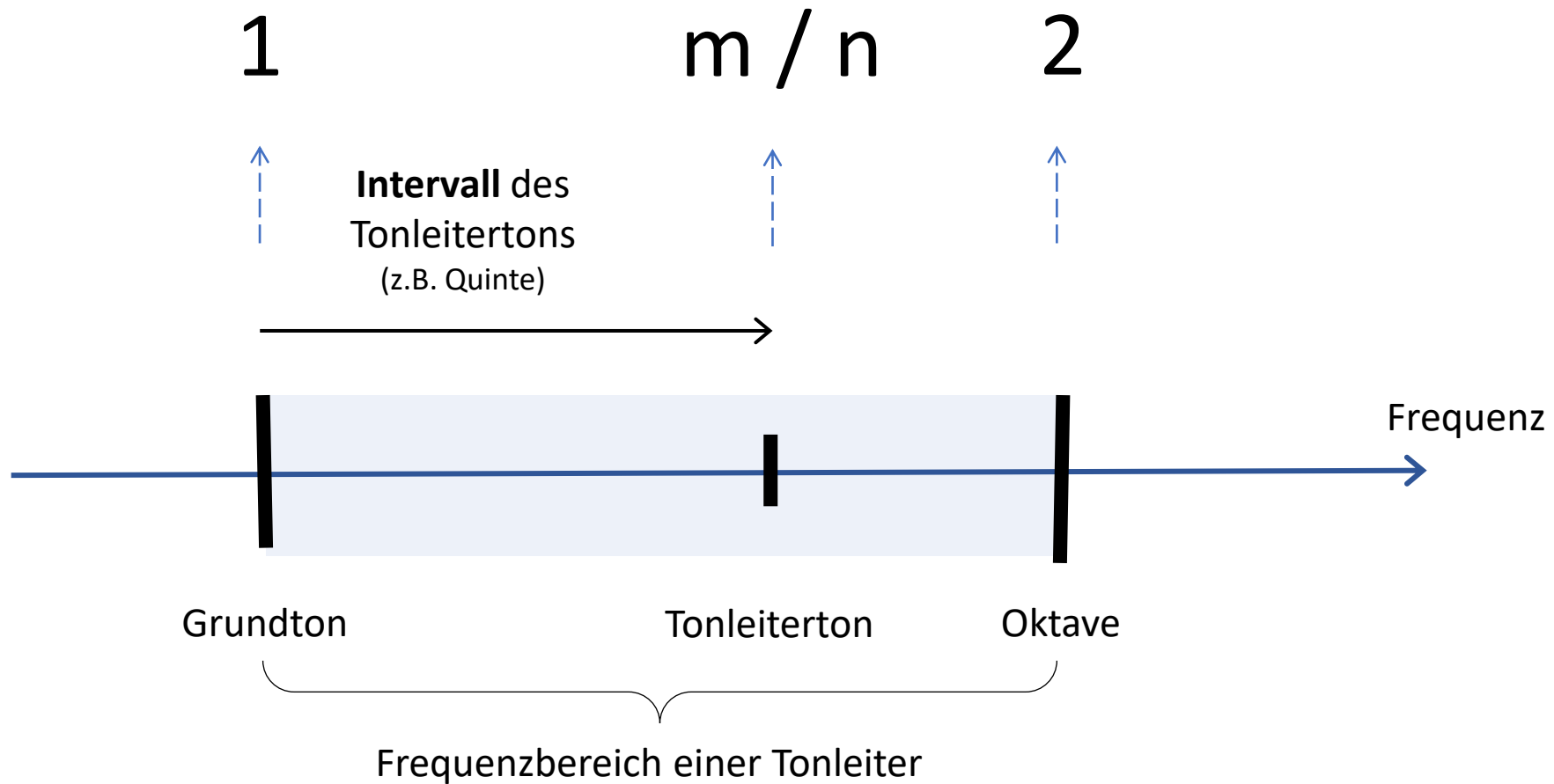




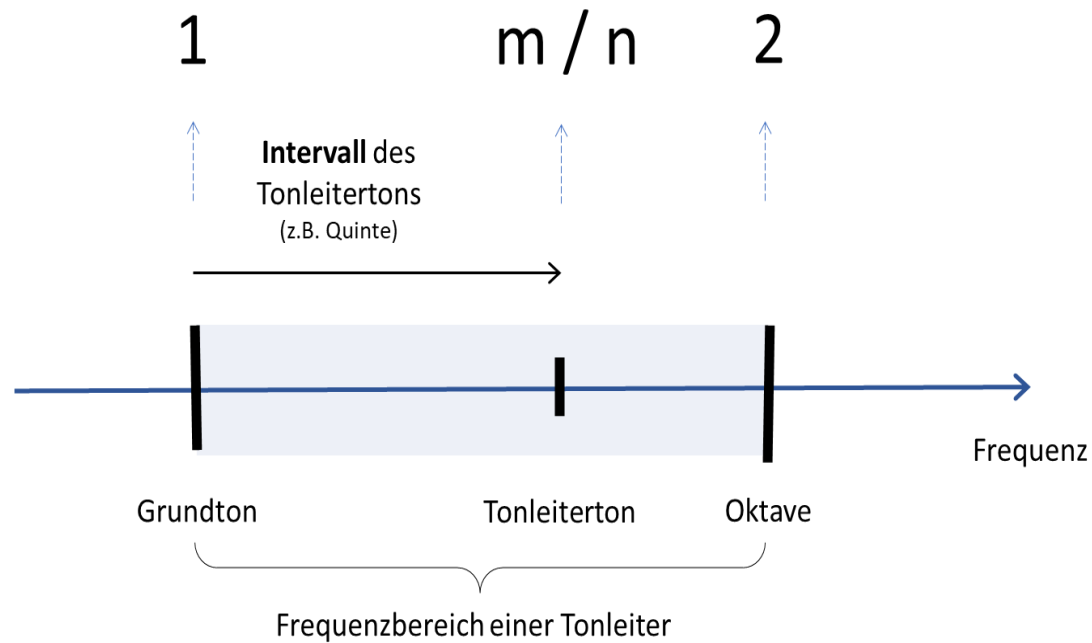
# Drei Grade der Resonanz

Grad der Resonanz	Ton	Frequenzverhältnis	Frequenz des resonanten Tons
1. Grad	Gleicher Ton	1 / 1	= <b>1</b> · $F_{\text{Grundton}}$
2. Grad	Oberton	n / 1	= <b>n</b> · $F_{\text{Grundton}}$
3. Grad	Tonleiterton	m / n	= <b>m/n</b> · $F_{\text{Grundton}}$

# Intervall zum Tonleiterton



# Drei Bedingungen für resonante Intervalle (m/n)



## 1. Im Bereich der Tonleiter

$$1 < m/n < 2$$

## 2. Ganze Zahlen

m und n müssen ganze Zahlen sein

## 3. Möglichst klein

m und n sollen möglichst klein sein

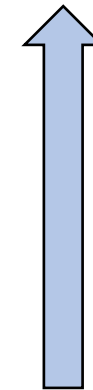
# Resonante Tonleitertöne

<b>n = 1</b>	1/1 2/1	Grundton Oktave
<b>n = 2</b>	3/2	Quinte
<b>n = 3</b>	4/3 5/3	Quart Grosse Sext
<b>n = 4</b>	5/4	Grosse Terz
<b>n = 5</b>	6/5 8/5 9/5	Kleine Terz Kleine Sext Kleine Sept
<b>n = 8</b>	9/8 15/8	Grosse Sekunde Grosse Sept

# Resonanzhierarchie der Tonleitertöne

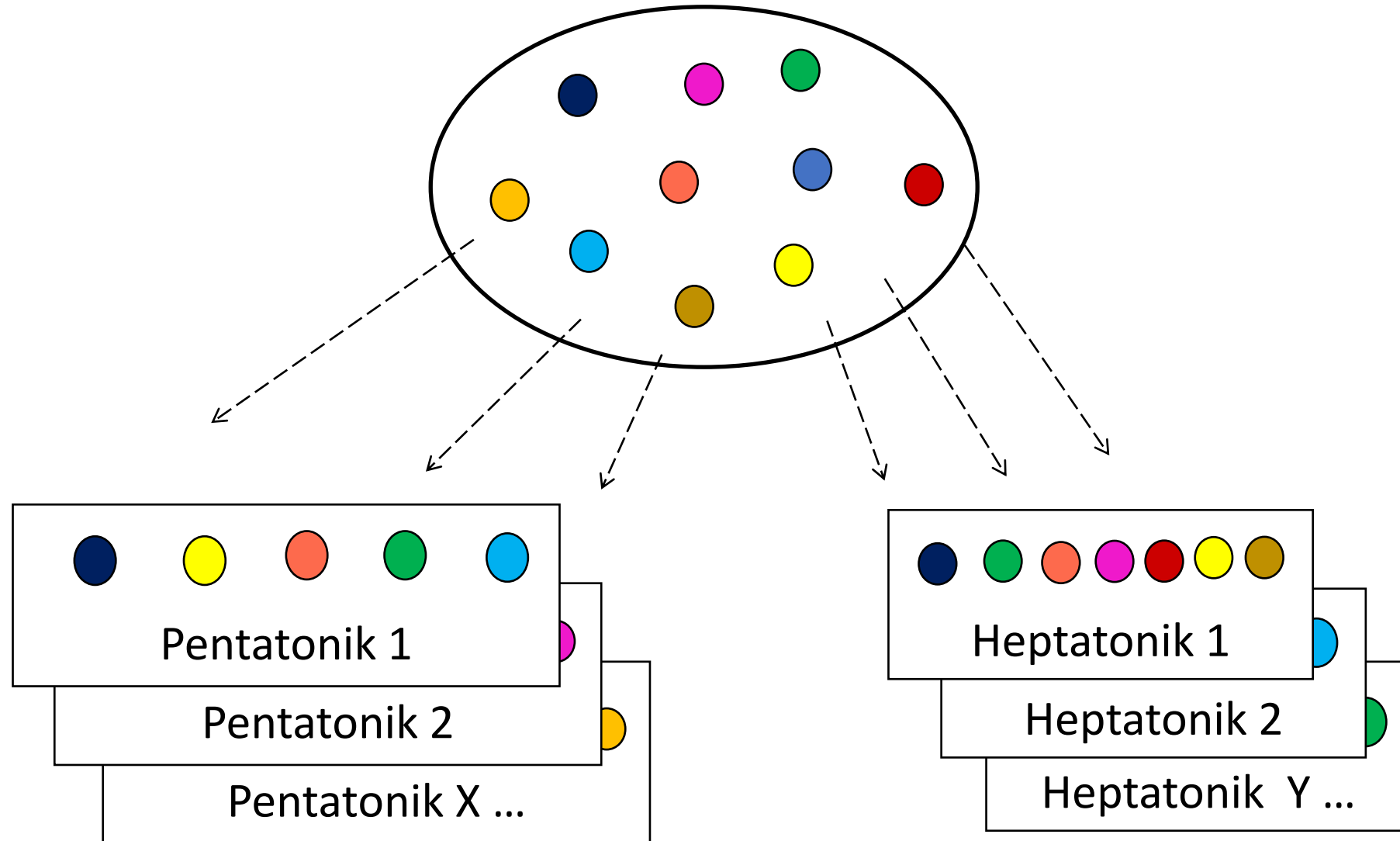
Zähler/Nenner	Primzahlzerlegung	Tonleiterton
1/1	1	Grundton
2/1	2	Oktave
3/2	2, 3	Quint
4/3	2,2,3	Quart
5/4	2,2,5	Grosse Terz
5/3	3,5	Grosse Sext
6/5	2,3,5	Kleine Terz
8/5	2,2,2,5	Kleine Sext
9/5	3,3,5	Kleine Sept
9/8	2,2,2,3,3	Grosse Sekunde
15/8	2,2,2,3,5	Grosse Sept

sehr starke Resonanz



schwächere Resonanz

# Zehn resonante Töne bilden einen Pool für viele Tonleitern



# Resonanz-Klassifikation und Familien der Tonleitertöne

Resonanzgruppe	Mathematisch	Intervalle		
„Gleicher“ Ton	Nenner 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Grundton (1/1)</li> <li>- Oktave (2/1)</li> </ul>		
Top resonante	Nenner 2 und 3 (Zähler < 5)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Quint (3/2)</li> <li>- Quart (4/3)</li> </ul>		
Hoch resonante	5 in Nenner oder Zähler	<b>2-er Familie (Dur):</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- grosse Sekunde (9/8)</li> <li>- grosse Terz (5/4)</li> <li>- grosse Sept (15/8)</li> <li>- (<i>Quint = 6/4 = 3/2</i>)</li> </ul>	<b>3-er Familie:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- grosse Sext = 5/3</li> <li>- (<i>Quart = 4/3</i>)</li> <li>- (<i>Oktave = 6/3 = 2/1</i>)</li> </ul>	<b>5-er Familie (Moll):</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- kleine Terz (6/5)</li> <li>- kleine Sext (8/5)</li> <li>- kleine Sept (9/5)</li> </ul>
Wenig resonante	Kombinierte Intervalle	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Diverse Halbtöne</li> <li>- Diverse Tritoni</li> </ul>		

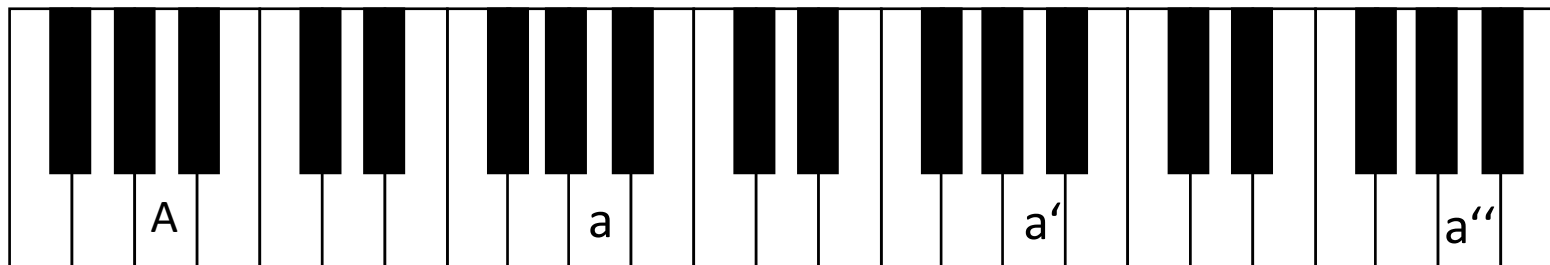
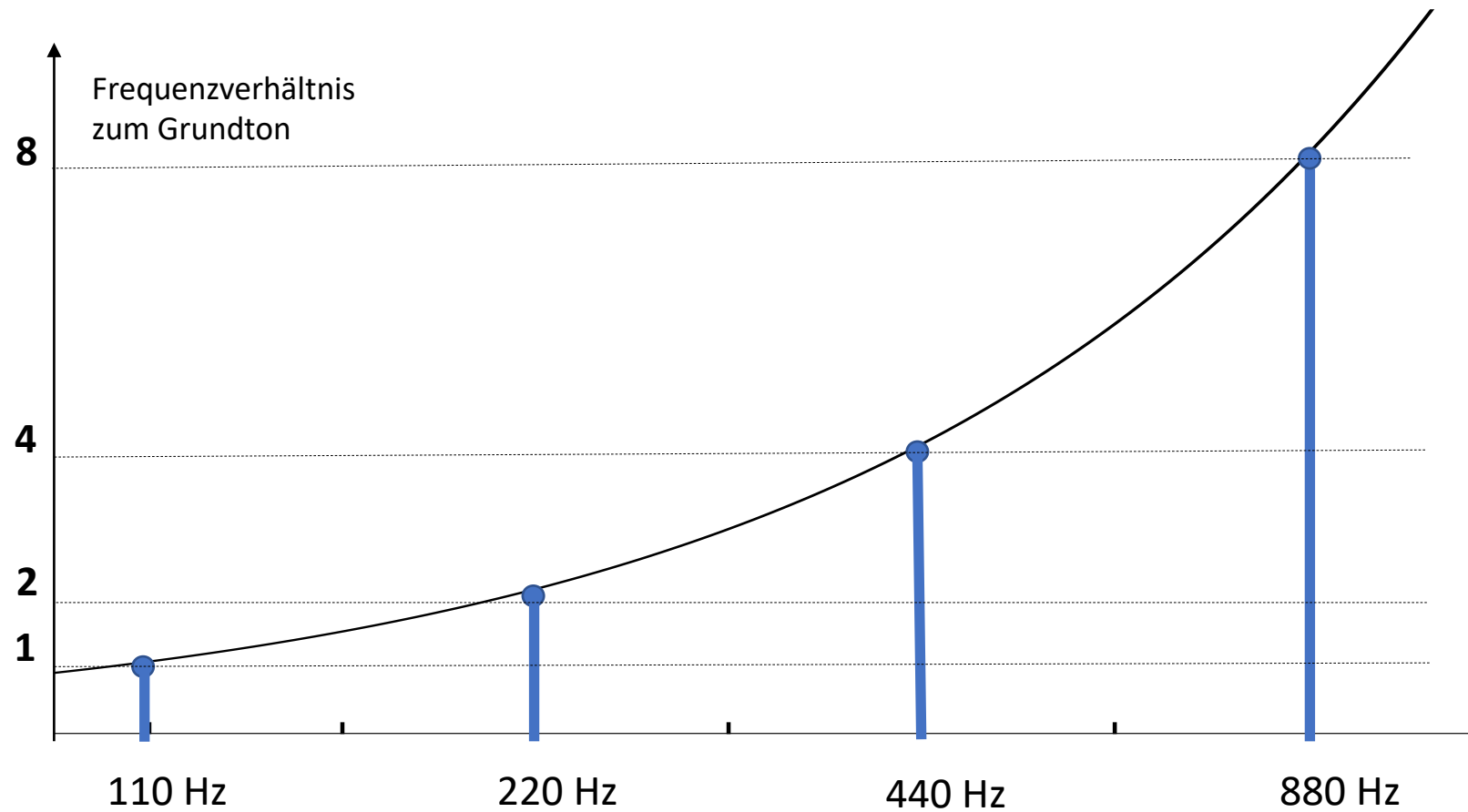
# Resonanzverhältnisse in Pentatoniken

Pentatonik	kgV	Grundton	Sekunde	Terz	Quart	Quint	Sext	Sept	Oktave
DUR	24	1	9/8	5/4		3/2	5/3		2
SUS	24	1	9/8		4/3	3/2	5/3		2
MOLL	30	1		6/5	4/3	3/2		9/5	2
<i>moll</i>	30	1		6/5	4/3		8/5	9/5	2
<i>sus</i>	120	1	9/8		4/3	3/2		9/5	2

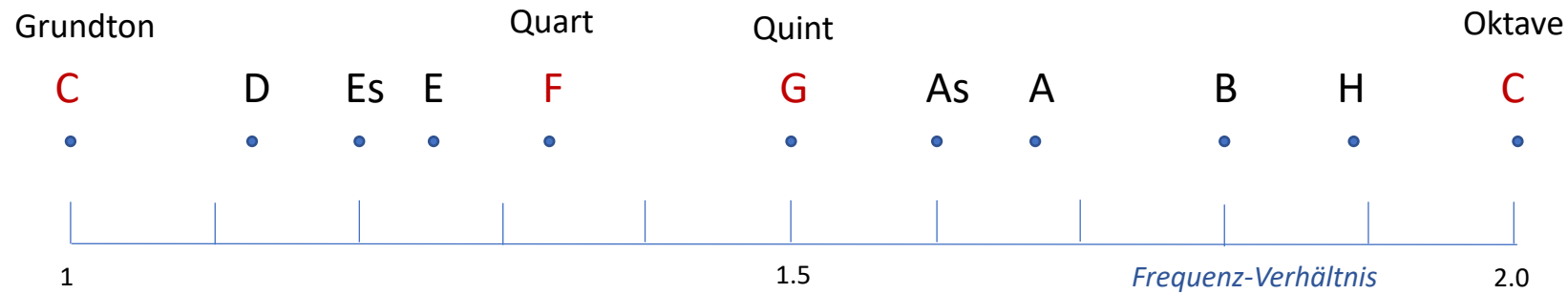
Grün: 2-er Familie (Dur)  
 Gelb: 3-er Familie  
 Rot: 5-er Familie (Moll)



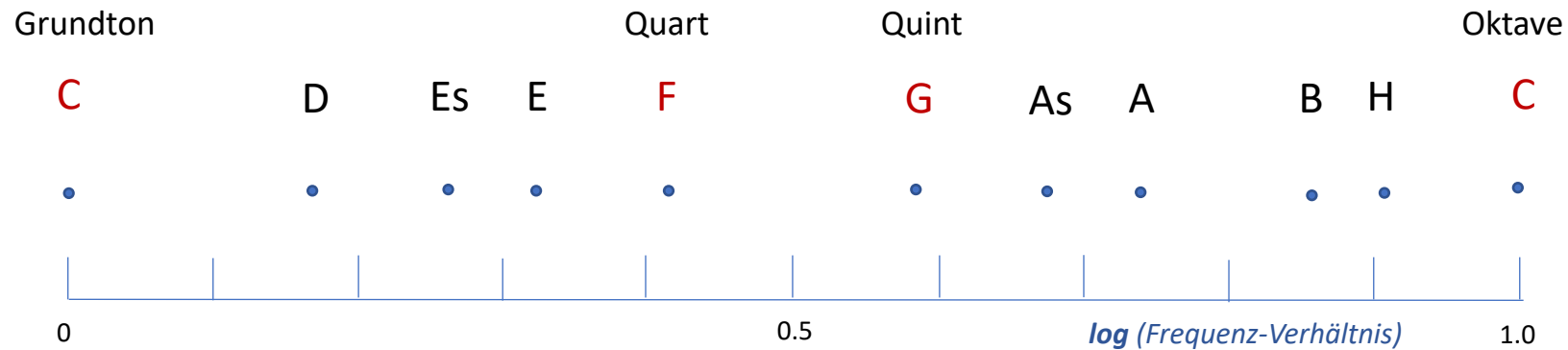
# Exponentielle Frequenzentwicklung



# Wir hören logarithmisch

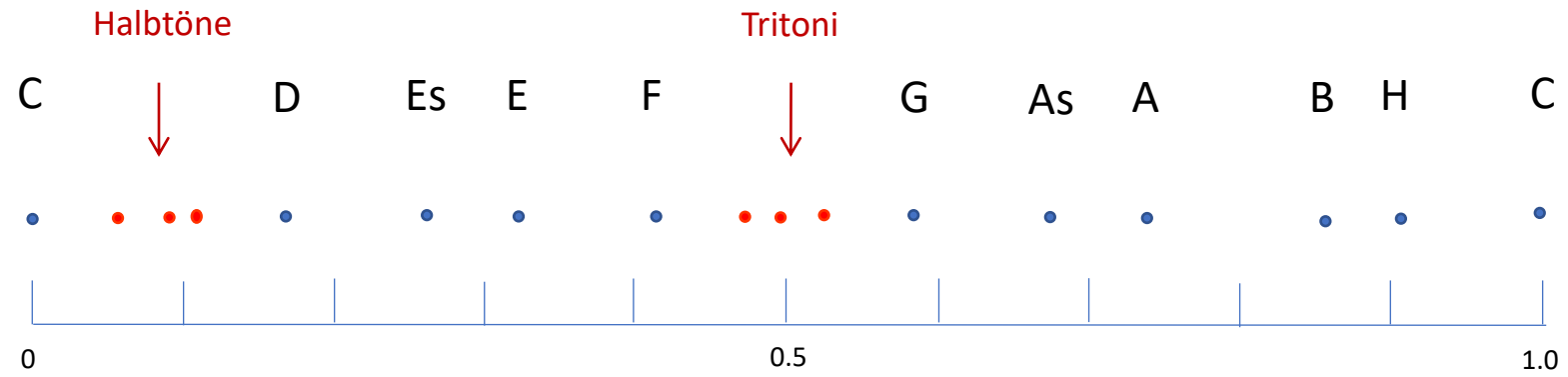


Frequenzen absolut  
→ **gemessene**  
Tonabstände

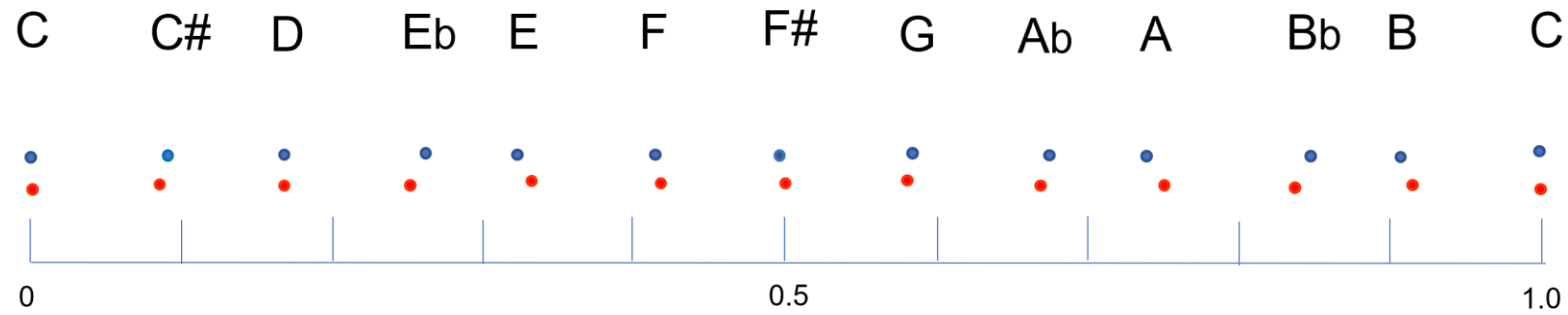


Frequenzen logarithmisch  
→ **gehörte**  
Tonabstände

# Das Füllen der Tonleiterlücken



# Die gleichstufige Temperierung



Rein (blau)  
Temperiert (rot)

Website: <https://hrstraub.ch>

Zu den Tonleitern: <https://hrstraub.ch/tonleitern>